

Research Article

A Computational Study of Numerical Integration in Physics Applications Using Trapezoidal and Simpson's Methods

M. Agung Suhendra^{1*}, Sufiyah Assegaf², Iqbal Robiyana¹, Nurizati¹

¹ Department of Physics, Faculty of Science, Universitas Mandiri, Subang Indonesia

² Department of Physics, International Women University, Bandung Indonesia

*Corresponding Author: agung@universitاسmandiri.ac.id

ARTICLE INFO

Article history:

Received : 30 August 2024

Revised : 12 September 2024

Accepted : 19 September 2024

Available Online : 30 September 2024

Keywords:

Numerical Integration,

Trapezoidal Rule

Simpson's Rule

Physics Applications

Efficiency Analysis

ABSTRACT

This research conducts a comprehensive evaluation of the efficiency and accuracy of two widely-used numerical integration methods, the Trapezoidal Rule and Simpson's Rule, within the context of solving physics-related problems. The study focuses on four representative cases: the calculation of kinetic energy, the determination of electric field strength, the work done by an ideal gas, and the gravitational potential energy. The performance of these methods is analyzed through key metrics such as convergence behavior, error magnitude, and computational time. The findings reveal that Simpson's Rule consistently delivers higher accuracy compared to the Trapezoidal Rule, especially for functions exhibiting non-linear characteristics. This highlights Simpson's Rule as a preferred method for complex physical problems, while the Trapezoidal Rule remains effective for simpler cases requiring lower computational overhead.

ABSTRAK

Keywords:

Integrasi Numerik

Metode Trapesium

Metode Simpson

Aplikasi Fisika

Analisis Efisiensi

Penelitian ini melakukan evaluasi komprehensif terhadap efisiensi dan akurasi dua metode integrasi numerik yang banyak digunakan, yaitu Metode Trapesium dan Metode Simpson, dalam konteks penyelesaian masalah-masalah fisika. Studi ini berfokus pada empat kasus representatif: perhitungan energi kinetik, penentuan kuat medan listrik, kerja yang dilakukan oleh gas ideal, dan energi potensial gravitasi. Kinerja kedua metode ini dianalisis berdasarkan metrik utama seperti perilaku konvergensi, besarnya kesalahan, dan waktu komputasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Metode Simpson secara konsisten memberikan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan Metode Trapesium, terutama untuk fungsi-fungsi dengan karakteristik non-linear. Hal ini menyoroti Metode Simpson sebagai metode yang lebih disukai untuk masalah fisika yang kompleks, sementara Metode Trapesium tetap efektif untuk kasus sederhana dengan kebutuhan komputasi yang lebih rendah.

Pendahuluan

Integrasi numerik memainkan peran penting dalam menyelesaikan masalah matematika dan teknik, terutama ketika solusi analitik tidak praktis atau tidak memungkinkan. Metode Trapesium adalah salah satu metode integrasi numerik yang paling banyak digunakan karena kesederhanaannya dan tingkat akurasi yang moderat. Namun, akurasi metode ini sering kali tidak memadai kecuali intervalnya dibagi menjadi banyak segmen kecil, yang dapat memakan waktu komputasi yang besar atau tidak memungkinkan dalam beberapa kasus¹. Metode Simpson merupakan salah satu metode integrasi numerik yang sangat populer karena tingkat akurasi yang tinggi, terutama untuk fungsi non-linier. Metode ini menggunakan pendekatan polinomial kuadrat untuk menghitung area di bawah kurva, yang membuatnya lebih akurat terutama ketika fungsi memiliki perubahan nilai yang tajam atau kompleksitas

tinggi. Salah satu keunggulan utama metode Simpson adalah kemampuannya untuk memberikan hasil yang mendekati nilai sebenarnya dengan jumlah interval yang lebih sedikit, sehingga mengurangi kebutuhan pembagian interval yang sangat kecil. Hal ini membuatnya ideal untuk fungsi dengan gradien tajam atau fungsi yang melibatkan hubungan non-linier. Namun, metode Simpson memiliki beberapa kekurangan. Salah satunya adalah persyaratan bahwa jumlah interval harus genap, yang bisa menjadi kendala dalam beberapa aplikasi tertentu. Selain itu, metode ini sedikit lebih kompleks secara perhitungan dibandingkan metode Trapezium, sehingga membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama untuk setiap evaluasi².

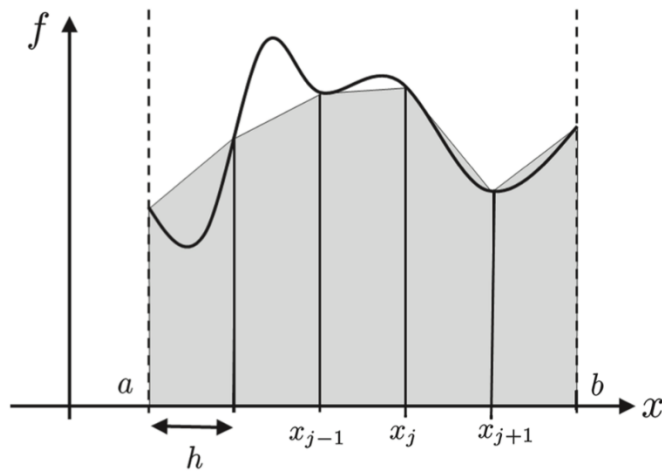
Berdasarkan beberapa studi, penggunaan Metode Simpson dan Trapezium selain untuk memecahkan solusi persamaan non linier³ juga dapat diaplikasikan dalam bidang lainnya diantaranya yaitu untuk membantu dalam mengevaluasi dan memprediksi perilaku aliran fluida, yang relevan dalam industri seperti perminyakan, teknik kimia, atau hidrodinamika⁴. Selain itu pula dapat untuk analisis akurasi dan efisiensi perhitungan energi dalam sistem distribusi listrik⁵ dan aplikasi lainnya. Adapun fokus pada penelitian ini bertujuan untuk memperluas dasar tersebut dengan membandingkan Metode Trapezium dan Metode Simpson dalam penyelesaian studi kasus pada empat persoalan fisika yaitu energi kinetik, medan listrik, kerja gas ideal, dan energi potensial gravitasi dimana persoalan ini mencakup perilaku linier dan non-linier, memberikan evaluasi yang komprehensif terhadap kedua metode tersebut. Evaluasi difokuskan pada akurasi, perilaku konvergensi, dan efisiensi komputasi masing-masing metode, memberikan wawasan tentang kesesuaian mereka untuk menyelesaikan berbagai jenis masalah.

Literatur Review

Secara teori, Metode Trapezium digunakan untuk mendekati nilai integral dari fungsi kontinu $f(x)$ pada interval $[a, b]$ dengan membagi interval menjadi beberapa subinterval yang sama panjang. Persamaan umumnya diberikan sebagai:

$$I \approx \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right] \quad (1)$$

dimana I adalah perkiraan nilai integral dari $f(x)$ pada interval $[a, b]$. Metode trapezium ini membagi kurva $f(x)$ menjadi trapezium-trapezium kecil, dan luas masing-masing trapezium dihitung untuk mendekati nilai integral⁶. Sebagaimana terdapat pada **Gambar 1**. Untuk ilustrasinya,

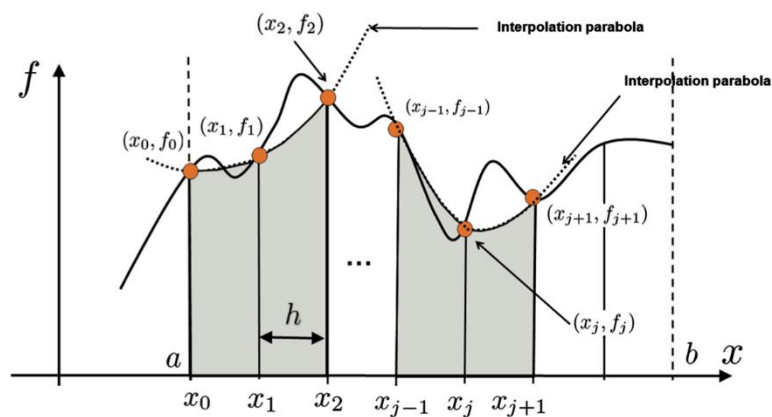


Gambar 1. Ilustrasi Metode Trapezium⁶.

Metode Simpson sama seperti Metode Trapezium dimana digunakan untuk mendekati nilai integral dari fungsi kontinu $f(x)$ pada interval $[a, b]$ dimana persamaan umum metode simpson adalah:

$$I \approx \frac{h}{3} \left[f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,\dots}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{i=2,4,\dots}^{n-2} f(x_i) + f(x_n) \right] \quad (2)$$

dengan koefisien 4 diberikan untuk nilai fungsi pada titik-titik ganjil (misalnya, x_1, x_3, x_5, \dots), koefisien 2 diberikan untuk nilai fungsi pada titik-titik genap ganjil (misalnya, x_2, x_4, x_6, \dots), kecuali titik awal x_0 dan akhir x_n . Sedangkan koefisien 1 untuk nilai fungsi pada batas interval $f(x_0)$ dan $f(x_n)$.⁶ Sebagaimana terdapat pada **Gambar 2**. Untuk ilustrasinya,



Gambar 2. Ilustrasi Metode Simpson⁶.

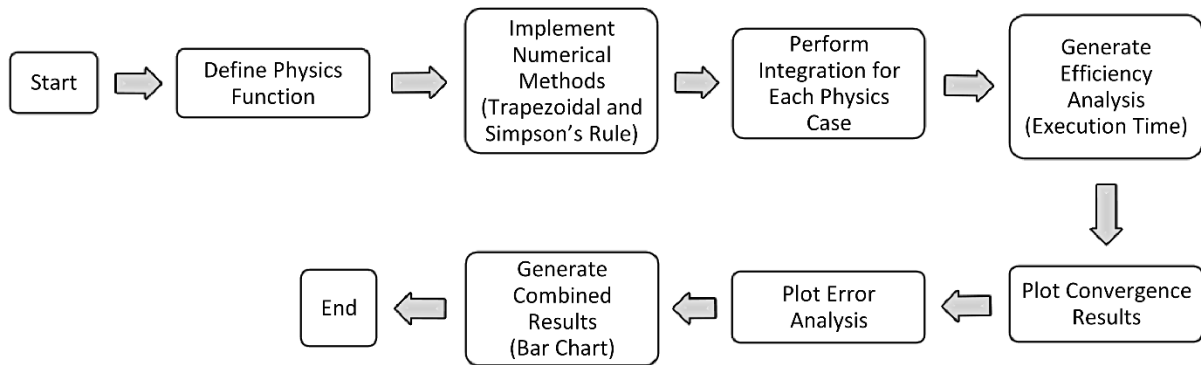
Metodologi

Batasan dan Penjelasan Pemograman

Perhitungan numerik ini bertujuan untuk menghitung integral pada berbagai kasus fisika menggunakan bahasa pemrograman Python dengan dua metode populer, yaitu Metode Trapesium dan Metode Simpson. Dalam program ini, empat fungsi utama dianalisis: energi kinetik, medan listrik, kerja gas ideal, dan energi potensial gravitasi. Energi kinetik dihitung berdasarkan hubungan kecepatan kuadratik terhadap waktu, medan listrik menggunakan hukum Coulomb dengan konstanta K , kerja gas ideal dihitung pada tekanan tetap, dan energi potensial gravitasi berdasarkan hukum gravitasi universal Newton. Metode Trapesium dalam Python membagi area di bawah kurva menjadi segmen-segmen berbentuk trapesium, sedangkan Metode Simpson menggunakan pendekatan parabola untuk meningkatkan akurasi dalam interval tertentu. Program ini juga dirancang untuk secara otomatis menyesuaikan jumlah interval pada Metode Simpson jika tidak genap, memastikan hasil perhitungan integral tetap akurat dan presisi.

Selain melakukan perhitungan integral, kode ini juga mengevaluasi efisiensi masing-masing metode dengan cara menghitung waktu eksekusi menggunakan berbagai jumlah interval, mulai dari 2 hingga 50. Hasil analisis efisiensi ini kemudian divisualisasikan melalui grafik yang membandingkan waktu eksekusi kedua metode. Kode ini juga menyajikan analisis konvergensi, di mana hasil perhitungan integral dibandingkan dengan nilai referensi untuk melihat bagaimana peningkatan jumlah interval memengaruhi ketepatan hasil. Kesalahan absolut untuk masing-masing metode dihitung dan divisualisasikan dalam skala logaritmik, sehingga mempermudah analisis tingkat kesalahan pada setiap jumlah interval.

Setelah semua perhitungan untuk masing-masing kasus fisika selesai, hasil integrasi dirangkum dalam grafik batang untuk memperlihatkan perbandingan nilai integral dari kedua metode dalam skala logaritmik. Analisis ini memberikan pemahaman yang mendalam tentang keunggulan dan kelemahan masing-masing metode dalam menghitung integral numerik, terutama dalam konteks aplikasi fisika yang kompleks. Dengan demikian, kode ini tidak hanya menghitung integral tetapi juga memberikan wawasan tentang efisiensi dan akurasi dari kedua metode numerik tersebut. Secara Umum skema diagram alir untuk penelitian ini terlihat pada Gambar 3 di bawah ini,



Gambar 3. Skema Diagram Penelitian Integrasi Numerik.

Kasus Energi Kinetik

Menghitung energi kinetik partikel pada kecepatan yang bervariasi dengan persamaan matematikanya sebagai berikut,

$$E_k = \int_a^b \frac{1}{2} m v^2 (t) dt \tag{3}$$

dengan pemisalan dimana $v (t) = t^2$, dengan massa $m = 1 \text{ Kg}$.

Kasus Medan Listrik (Elektromagnetik)

Menghitung kuat medan listrik E dari distribusi muatan linier dengan persamaan matematikanya sebagai berikut,

$$E = \int_a^b \frac{k\lambda}{r^2} dr \tag{4}$$

dengan $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{c}^2$ dimana $\lambda = 1 \text{ C/m}$.

Kasus Kerja Gas Ideal (Termodinamika)

Menghitung kerja gas ideal dalam proses isobarik dengan persamaan matematikanya sebagai berikut,

$$W = \int_a^b P dv \tag{5}$$

dengan pemisalan dimana $P = 100 \text{ Pa}$ (konstan), dan $V = V_0 + at$, dengan $a = 1$.

Kasus Energi Potensial Gravitasi (Gravitasi)

Menghitung energi potensial gravitasi dengan persamaan matematikanya sebagai berikut,

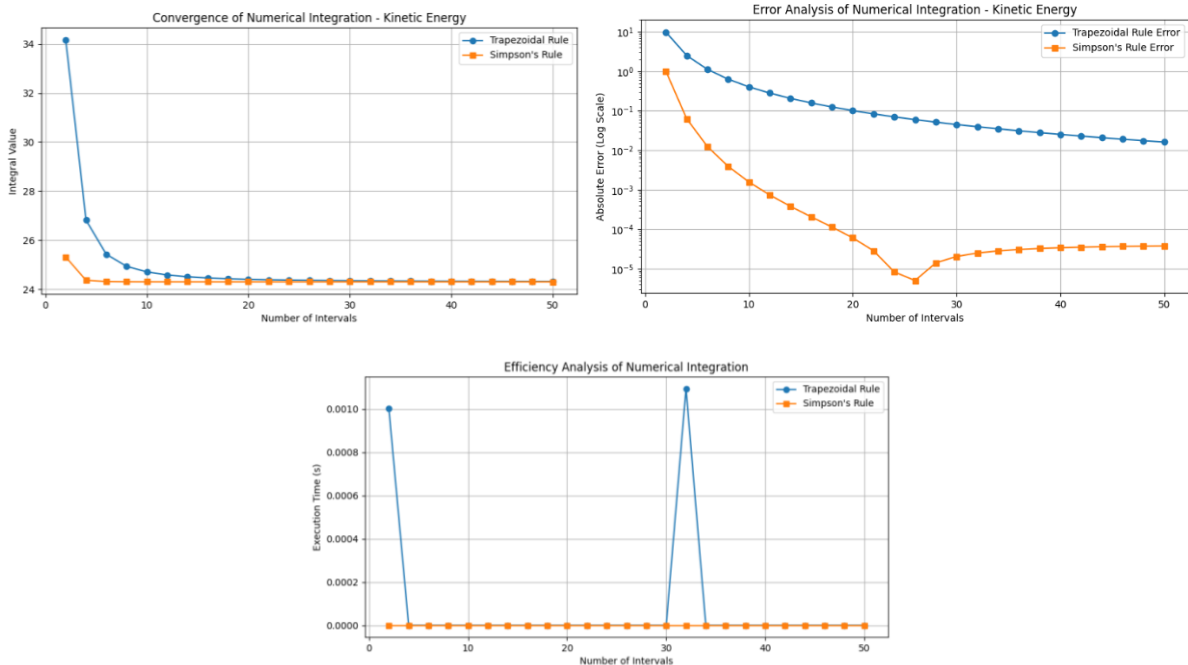
$$U = \int_a^b \frac{Gm_1m_2}{r^2} dr \tag{6}$$

Dengan $G = 6.674 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$ dan $m_1 = m_2 = 1 kg$.

Hasil dan Diskusi

Energi Kinetik

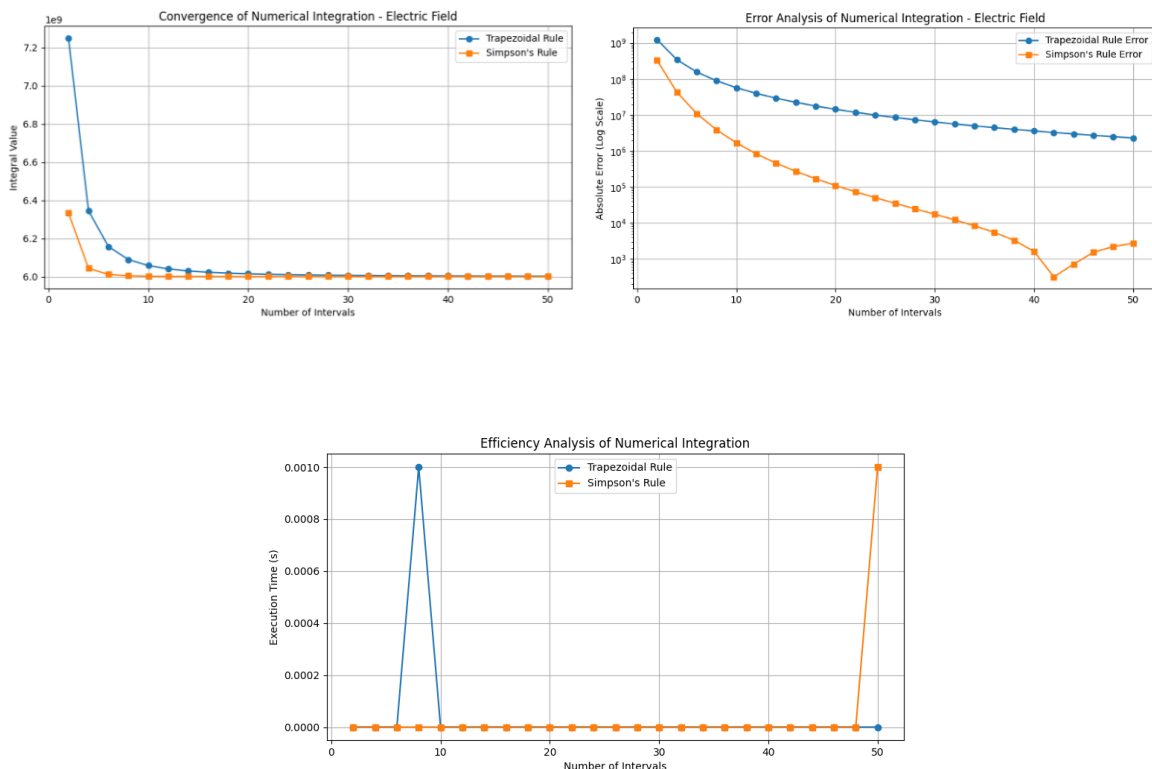
Untuk kasus energi kinetik, yang menggunakan fungsi kecepatan $V(t) = t^2$, baik metode Trapesium maupun Simpson menunjukkan konvergensi yang sangat baik. Fungsi ini sederhana dan linier terhadap kuadrat waktu, sehingga kedua metode mampu mendekati nilai integral dengan cepat. Namun, Metode Trapesium cenderung memiliki kesalahan lebih besar dibandingkan Simpson, terutama ketika jumlah interval kecil. Ketika interval meningkat, kesalahan pada Trapesium menurun signifikan, mendekati akurasi Simpson. Dalam hal efisiensi, kedua metode menunjukkan waktu komputasi yang hampir identik, tetapi Simpson memberikan akurasi lebih tinggi tanpa penalti signifikan pada efisiensi. Sebagaimana terlihat pada **Gambar 4** di bawah ini,



Gambar 4. Hasil Integrasi Numerik: Konvergensi, Analisis Kesalahan, dan Analisis Efisiensi untuk Energi Kinetik

Medan Listrik

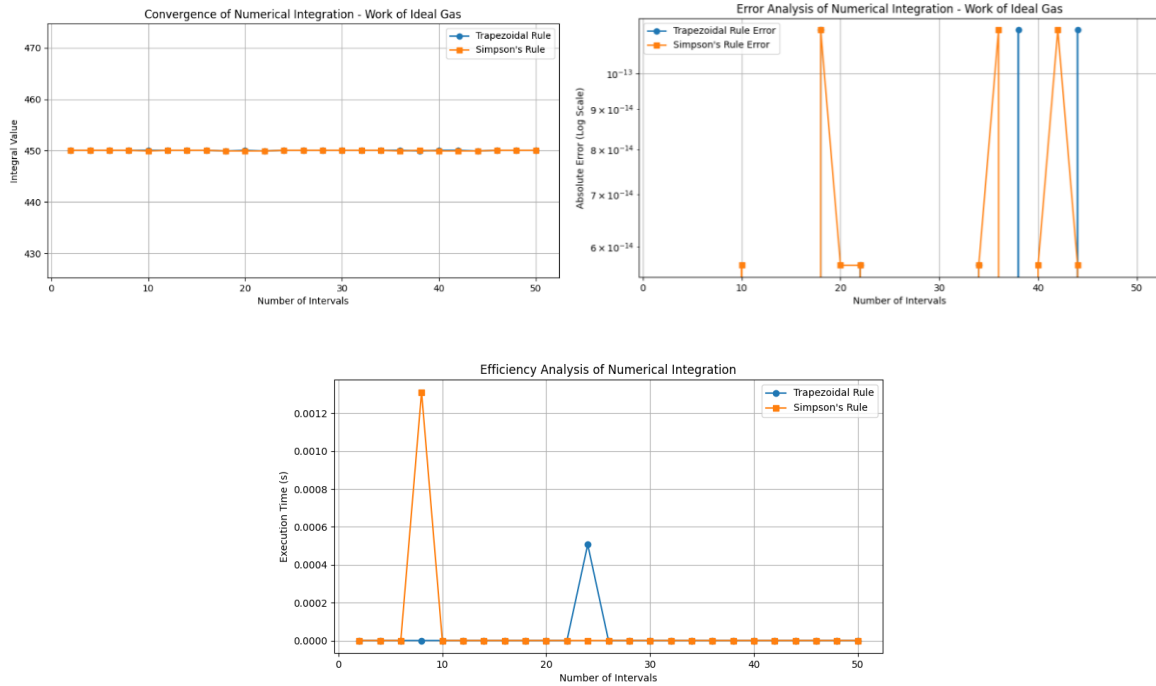
Kasus medan listrik, dengan fungsi $E(r) = \frac{k\lambda}{r^2}$, menunjukkan tantangan yang lebih besar untuk konvergensi, terutama pada Metode Trapesium. Gradien tajam fungsi ini menyebabkan konvergensi yang lebih lambat dibandingkan Simpson, yang dapat menangani variasi besar dalam nilai fungsi dengan lebih baik. Metode Simpson menunjukkan keunggulan akurasi, terutama pada interval kecil, menjadikannya lebih andal untuk kasus dengan gradien besar seperti ini. Dalam hal efisiensi, waktu komputasi meningkat seiring jumlah interval untuk kedua metode, tetapi Simpson memerlukan lebih sedikit interval untuk mencapai akurasi tinggi, menjadikannya pilihan yang lebih efisien secara keseluruhan. Sebagaimana terlihat pada **Gambar 5** di bawah ini,



Gambar 5. Hasil Integrasi Numerik: Konvergensi, Analisis Kesalahan, Dan Analisis Efisiensi Untuk Medan Listrik

Kerja Gas Ideal

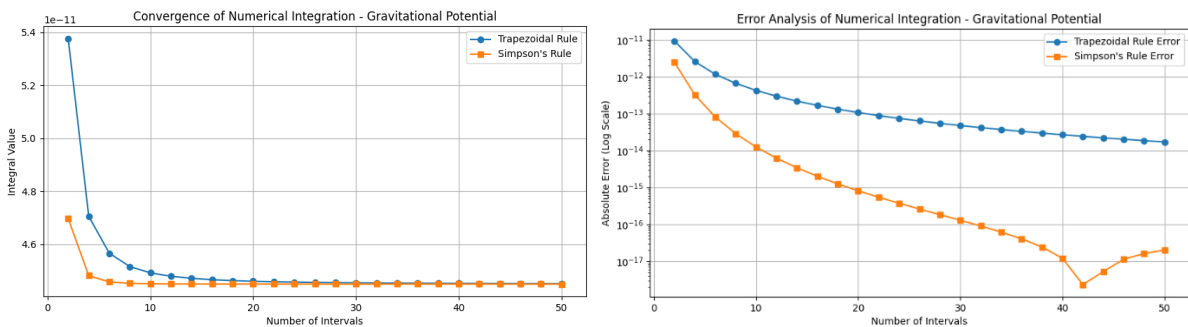
Untuk kasus kerja gas ideal, yang menggunakan fungsi linear $P.V$, kedua metode menunjukkan konvergensi yang cepat dan hasil yang hampir identik. Karena fungsi ini bersifat linear, kesalahan pada kedua metode minimal, bahkan dengan jumlah interval yang kecil. Hal ini menjadikan kasus kerja gas ideal sebagai aplikasi ideal untuk metode sederhana seperti Trapesium. Dari segi efisiensi, Metode Trapesium sedikit lebih unggul karena lebih cepat, meskipun Simpson memberikan hasil yang setara tanpa penalti waktu komputasi yang signifikan. Sebagaimana terlihat pada **Gambar 6** di bawah ini,

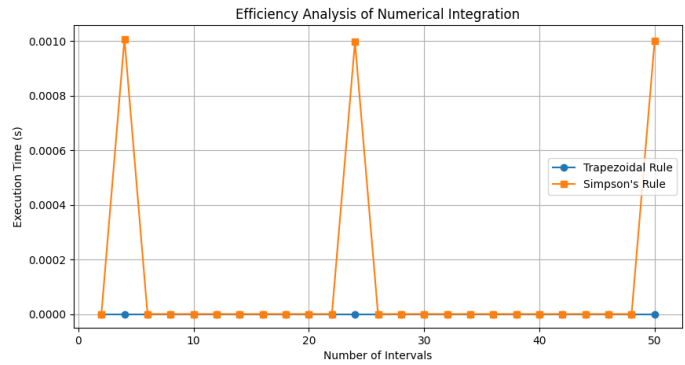


Gambar 6. Hasil Integrasi Numerik: Konvergensi, Analisis Kesalahan, Dan Analisis Efisiensi Untuk Kerja Gas Ideal

Energi Potensial Gravitasi

Kasus energi potensial gravitasi, dengan fungsi $U(r) = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$, menghadirkan tantangan yang lebih besar, terutama untuk Metode Trapesium. Fungsi ini menampilkan konvergensi yang lambat, terutama pada interval kecil, sehingga membutuhkan lebih banyak pembagian interval untuk mencapai hasil yang mendekati nilai sebenarnya. Sebaliknya, Metode Simpson menunjukkan kinerja yang unggul, dengan akurasi tinggi bahkan pada jumlah interval yang lebih sedikit. Mengingat nilai G yang kecil, kesalahan yang signifikan terlihat pada Trapesium, sementara Simpson tetap lebih andal untuk skala kecil seperti ini. Dalam hal efisiensi, Trapesium lebih cepat, tetapi Simpson memberikan akurasi lebih tinggi dengan interval yang lebih sedikit, menjadikannya pilihan yang lebih tepat untuk kasus ini. Sebagaimana terlihat pada **Gambar 7** di bawah ini,

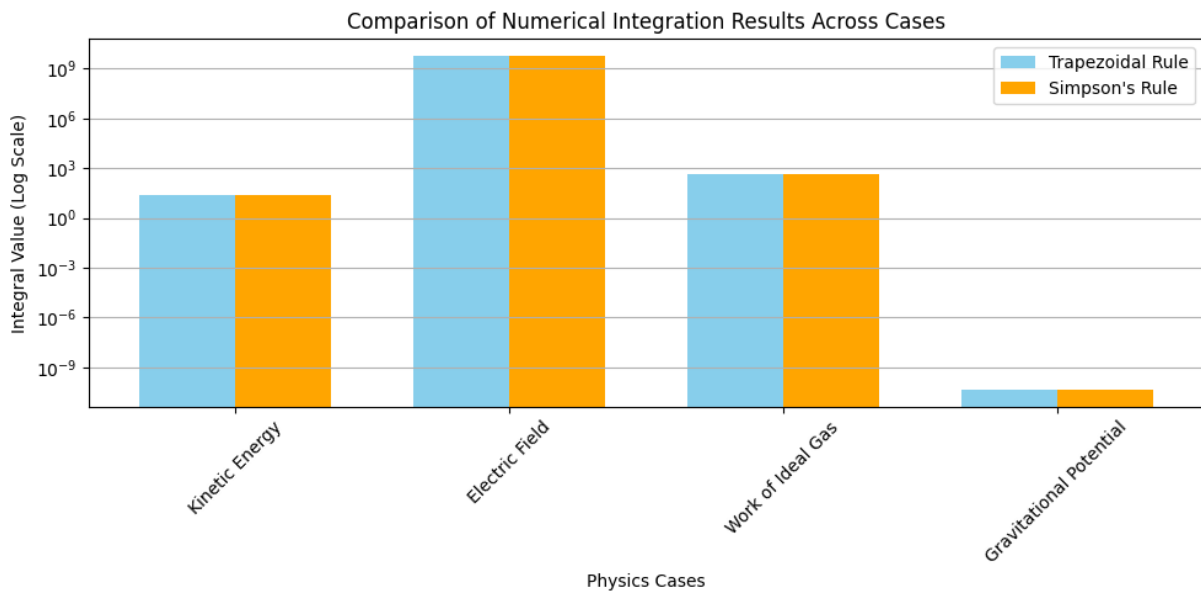




Gambar 7. Hasil Integrasi Numerik: Konvergensi, Analisis Kesalahan, dan Analisis Efisiensi untuk Energi Potensial Gravitasi

Perbandingan Hasil

Berdasarkan **Gambar 8.** di bawah, hasil grafik integrasi numerik untuk keempat kasus fisika, beberapa kesimpulan dapat ditarik. Untuk kasus energi kinetik, baik metode Trapezium maupun Simpson menghasilkan hasil yang hampir identik karena fungsi yang digunakan sederhana dan linier, sehingga keduanya dapat mencapai akurasi yang memadai bahkan dengan jumlah interval yang relatif kecil. Namun, pada kasus medan listrik, metode Simpson menunjukkan keunggulan yang signifikan dalam hal akurasi dibandingkan metode Trapezium, terutama karena gradien tajam dalam fungsi yang digunakan. Metode Simpson mampu menghasilkan hasil yang lebih akurat meskipun dengan jumlah interval yang lebih sedikit. Sementara itu, untuk kasus kerja gas ideal, kedua metode menunjukkan hasil yang hampir sama karena sifat fungsi yang linier.



Gambar 8. Perbandingan Hasil Integrasi Numerik Untuk Tiap Kasus Fisika.

Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa metode Simpson secara konsisten memberikan akurasi lebih tinggi dibandingkan metode Trapesium dalam menghitung integral numerik untuk berbagai kasus fisika, terutama pada fungsi dengan karakteristik non-linear dan gradien yang tajam, seperti kasus medan listrik dan energi potensial gravitasi. Metode Simpson mampu mencapai hasil yang lebih mendekati nilai sebenarnya meskipun dengan jumlah interval yang lebih sedikit, menjadikannya lebih efisien untuk aplikasi yang kompleks. Di sisi lain, metode Trapesium tetap menjadi pilihan yang layak untuk fungsi sederhana, seperti energi kinetik dan kerja gas ideal, karena kesederhanaannya dan waktu komputasi yang lebih rendah. Dengan menggunakan Python untuk implementasi kedua metode ini, hasil perhitungan tidak hanya mendemonstrasikan keunggulan dan keterbatasan masing-masing metode, tetapi juga memberikan wawasan tentang efisiensi dan akurasi dalam aplikasi fisika yang berbeda. Temuan ini dapat menjadi referensi penting dalam pemilihan metode integrasi numerik untuk penyelesaian berbagai masalah dalam fisika.

Pendanaan

Penelitian ini tidak menerima pendanaan dari sumber manapun.

Ucapan Terima Kasih

Kami ucapkan terima kasih kepada program studi fisika Universitas Mandiri dan International Women University (IWU) yang mendukung dalam penulisan jurnal ini.

Konflik Kepentingan

Penulis dalam penulisan jurnal ini menyatakan tidak ada konflik kepentingan.

Kontribusi Penulis

M Agung Suhendra: Konsep dan Metodologi. **Sufiyah Assegaf:** Analisis Data. **Iqbal Robiyana** – Analisis Data. **Nurizati:** Penulisan.

Daftar Pustaka

1. A. F Abdulhameed and Q A Memon 2021 J. Phys.: Conf. Ser. 2090 012104. doi : 10.1088/1742-6596/2090/1/012104.
2. Hüseyin Budak, Fatih Hezenci, Hasan Kara, & Mehmet Zeki Sarikaya. (2023). Bounds for the Error in Approximating a Fractional Integral by Simpson's Rule. *Mathematics*, 11(10), 2282. <https://doi.org/10.3390/math11102282>
3. U. K. Qureshi, A. A. Shaikhi, F. K. Shaikh, S. K. Hazarewal, & T. A. Laghari. (2021). New Simpson type method for solving nonlinear equations. *Open Journal of Mathematical Sciences*, 5(1), 94. <https://doi.org/10.30538/oms2021.0148>
4. Hasanain J. Kareem, Mohammed A. Abdulwahid, & Hasril Hasini. (2023). Experimental investigation of holdup fraction using the trapezoidal rule, Simpson's rule and the average offset formula in perforated horizontal wellbore. *Results in Engineering*, Vol 18, Iss , Pp 101131-. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101131>

5. Waluyo, W., Kania, S., & HAMLAR, F. (2020). Comparative Computations on Supplied and Lost Energy utilizing Numerical Integrations. <http://eprints.itenas.ac.id/2082/>
6. Kong, Q., Siau, T., & Bayen, A. (2020). *Python Programming and Numerical Methods: A Guide for Engineers and Scientists* (1st ed.). Elsevier. ISBN: 9780128195499.